

LXIII олимпиада по математике учащихся Эстонии
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА
Таллинн, 9 декабря 2015 года
XII класс

Время, отводимое для решения: 4 часа

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. При каких значениях параметра p уравнение $10 + 3 \cdot 5^{x+1} = p \cdot (1 - 5^{2+x})$ не имеет корней?
2. Найди сумму n первых членов числовой последовательности:
 $1; \frac{2}{3}; \frac{3}{9}; \frac{4}{27}; \frac{5}{81}; \dots$
3. Найди все четырехзначные натуральные числа N такие, что число $28N$ является кубом некоторого натурального числа.
4. Точки M и N являются соответственно серединами сторон AB и AD параллелограмма $ABCD$. Отрезки CM и CN пересекают диагональ BD параллелограмма соответственно в точках K и L . Докажите, что $BK=KL=LD$.
5. Треугольник со стороной N ($N \geq 3$) поделён на маленькие треугольники таким образом, что параллельно каждой стороне треугольника проведено $N-1$ отрезков, соединяющие две другие стороны. Расстояние между параллельными отрезками везде одинаковое и равно единице. Мышка может передвигаться из одного треугольника в другой, только если у этих треугольников есть общая сторона. Мышка начинает в любом треугольнике и пытается посетить как можно больше треугольников, причём каждый треугольник мышка посещает только один раз. Найдите минимальное количество треугольников, которые останутся не посещёнными.